# משפט

אם הסדרה מתכנסת אזי היא חסומה

## הוכחה

צ"ל: קיים M כך ש לכל נניח ש אזי קיים N כך שאם , ולכן אם אזי

אם

טענה:

אמנם אם אזי =<

לכן כל סדרה מתכנסת היא סדרה חסומה, ומכאן ברור שאם הסדרה אינה חסומה היא לא יכולה להתכנס – היא מתבדרת.

אם וגם אזי

# הוכחה

יהי צ"ל קיים N כך שעבור מתקיים

קיים M>0 כך ש לכל n(הסדרה b מתכנסת ועל כן היא חסומה)

יהי קיים כך ש אם וקיים כך ש אם

נשים אזי אם מתקיים גם

לכן אם ניקח נקבל

### מקרה פרטי: אפשר בתור מסקנה לרשום את התוצאה הבאה:

אם אזי לכל מספר ממשי

# הוכחה

נגדיר לכל n. אזי ולכן

# משפט

אם , אזי

## הוכחה

יהי . ניקח

קיים אינדקס N כך שאם אזי . במקרה זה

# בתור מסקנה/הכללה אפשר לרשום:

אם אזי

## הוכחה

מתקיים לפי המשפט הקודם ש לכן

# הערה

רואים מההוכחה שאם אזי עבור n מספיק גדול, לכן אפשר לפרש את המשפט הקודם בלי להניח במפורש ש

לכיוון ההפוך זה לא הולך

# משפט

אם , חסומה, אזי

## דוגמה

## הוכחה

יהיה , יהי כך ש לכל n. קיים N כך שאם אזי . מתקיים עבור n כזה ש

גבולות אינסופיים

# הגדרה

נגיד שסדרה שואפת ל עם עבור כל M יהיה אשר יהיה יימצא , ונגיד שהיא שואפת ל אם עבור כל M

תהי סדרה. נגיד ש מתבדרת(או מתכנסת) ל אם לכל M קיים כך שאם n>=N אזי . כותבים

תהי סדרה. נגיד ש מתבדרת(או מתכנסת) ל אם לכל M קיים כך שאם n>=N אזי . כותבים

# דוגמאות

# משפט

אם אזי ואם אזי

## הוכחה

נניח ש ויהי . ניקח . קיים N כך שעבור מתקיים . מכאן לכן

אשר לטענה השנייה נניח ונקבע וקיים . כיוון ש קיים כך שאם אזי מכאן והוכחנו

סדר

# משפט

אם אזי קיים N כך שעבור מתקיים

## תרגיל

לכתוב הוכחה מילולית

# מסקנה

אם אזי קיים N כך שעבור מתקיים

## הוכחה

ניישם את המשפט הקודם לסדרה באשר

## תרגיל

הוכח עבור

# משפט

אם וקיים N כך ש עבור אזי

## הוכחה

אחרת - , ואז לפי המשפט הקודם עבור N מספיק גדול – בניגוד להנחה שלנו.

# דוגמה

*לכל n – אבל לא מתקיים*

# מסקנה

אם עבור n מספיק גדול, אזי

# משפט הסנדוויץ

תהיינה סדרות המקיימות עבור n מספיק גדול. נניח בנוסף ש( מתכנסות לאותו גבול – c) אזי

# הוכחה

יהי . קיים N כך שאם אזי